

**Logique et quantificateurs autour
du théorème de Varignon**

fiche descriptive

Niveau d'enseignement :	Seconde
Type d'activité :	Raisonnement sur un support géométrique
Durée :	1 heure
Outils :	Logiciel de géométrie dynamique
Compétences TICE :	<ul style="list-style-type: none"> • Placer des points • Tracer des quadrilatères
Compétences mathématiques :	<ul style="list-style-type: none"> • Être capable de mettre en œuvre des connaissances sur les quadrilatères particuliers et sur la droite des milieux • Savoir effectuer des calculs de distances, de coordonnées de milieux dans un repère du plan • Savoir repérer et interpréter les quantificateurs, implicites ou non, dans certaines propositions • Être capable de traduire correctement les expressions « il est nécessaire », « il faut » • Être capable de donner un contre exemple pour infirmer une proposition universelle • Être capable de donner des idées de preuve et de conduire un raisonnement
Place dans la progression, moment de l'étude :	Début d'année : après avoir traité les calculs de coordonnées de milieu et de distances dans un repère. Ce T.P. ne nécessite que des compétences logicielles élémentaires.

**Logique et quantificateurs autour
du théorème de Varignon**

fiche professeur

Introduction

La mise en place du raisonnement logique et de l'utilisation des quantificateurs doit être effectuée de manière progressive tout au long de l'année.

Les sept propositions à étudier sont assez simples et proches du langage usuel pour ne pas dérouter les élèves et les faire entrer facilement dans la recherche de contre-exemples.

Le travail porte donc plus sur le raisonnement que sur la formalisation de ces approches logiques et on peut envisager ce TP comme un premier contact avec cette notion.

Il pourra aussi faire l'objet d'une clarification du mot «un» utilisé en mathématiques qui peut revêtir plusieurs significations dans le langage courant (cf. le document ressource «Notations et raisonnement mathématique»).

De plus, le cadre mathématique des parallélogrammes est familier pour les élèves (même si l'expérience montre que le rappel des définitions et propriétés des parallélogrammes est souvent nécessaire) ainsi que l'utilisation du logiciel qui ne doit pas présenter de difficultés tant les compétences sont élémentaires.

Déroulement

Les deuxième et sixième propositions sont vraies. Elles relèvent en fait de la même démonstration puisque la condition pour $ABCD$ d'être un parallélogramme n'est pas utile. C'est donc la sixième proposition qui est le théorème de Varignon. Ce sera l'occasion de revoir avec les élèves la propriété de la droite des milieux.

Les autres propositions pourront simplement être illustrées à l'aide d'un exemple ou d'un contre exemple.

Prolongement

Pour des raisons de temps, il semble raisonnable, en une heure de T.P., de déterminer les figures qui fournissent des exemples et contre-exemples et de dégager la démonstration du théorème.

Ces contre-exemples peuvent être prolongés par un travail différencié - ou collectif - sur un exemple choisi dans le cadre du repérage dans le plan (calculs des coordonnées du milieu d'un segment, calculs de distances).