

OLYMPIADES ACADÉMIQUES DE MATHÉMATIQUES ACADÉMIE D'ORLÉANS-TOURS CLASSE DE PREMIÈRE

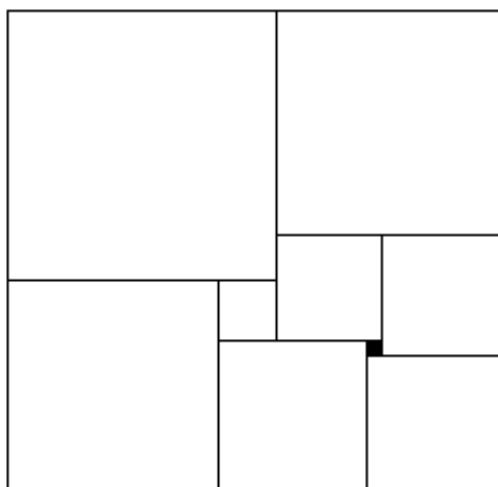
Mercredi 23 mars 2005

DURÉE : 4 heures

EXERCICE 1

Un pavage

Le rectangle ci-dessous est pavé par 9 carrés. Le carré noir a pour côté une unité.
Quelles sont les dimensions du rectangle ?



EXERCICE 2

Les cubes

On prend un certain nombre de cubes de *un* centimètre de côté que l'on accole face contre face de façon à constituer *a* rangées de *b* cubes (*a* et *b* sont deux entiers), sans laisser d'espace vide entre les petits cubes. On obtient ainsi un parallélépipède rectangle de hauteur *un* centimètre, de largeur *a* cm et de longueur *b* cm. On appelle « aire du parallélépipède » la somme des aires de ses faces.

1°) Déterminer le nombre de cubes utilisés, sachant que l'aire du parallélépipède est égale à 100 cm^2 .
(On sera amené à utiliser la décomposition en facteurs premiers de 51).

2°) Quel est le nombre minimal de cubes que l'on doit disposer ainsi pour que l'aire du parallélépipède obtenu soit égale à $0,401 \text{ m}^2$?

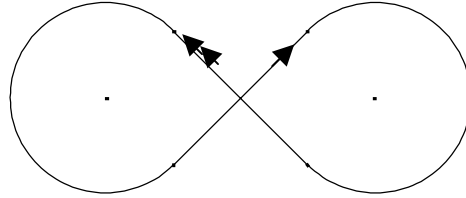
NB : On donne à toutes fins utiles la liste des nombres premiers inférieurs à 100 :

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97 .

EXERCICE 3

Le lièvre et la tortue

La piste du champiodrome a la forme suivante : deux arcs formant les trois quarts d'un cercle, raccordés par les deux diagonales d'un carré, ces deux diagonales se coupant en un carrefour.



Au même instant, une tortue et un lièvre partent du carrefour, empruntant deux diagonales différentes menant à deux arcs de cercle différents (sur le dessin, une flèche pour la tortue, deux flèches pour le lièvre). Les deux animaux courent à vitesse constante, et la tortue met 363 secondes pour parcourir la distance parcourue par le lièvre en 1 seconde.

Après 2005 rencontres (dépassements sur la piste ou croisements au carrefour) hormis le départ, le lièvre abandonne.

Combien de fois avait-il croisé la tortue au carrefour ?

EXERCICE 4

Horizons entre Corse et Nice

La figure ci-dessous représente une coupe de la sphère terrestre par un plan passant par son centre O . On y a marqué les points M et C figurant les sommets respectifs du Mont Chauve d'Aspremont près de Nice et du Monte Cinto en Corse.

On donne le rayon terrestre $R = 6370$ km. On indique d'autre part que le Monte Cinto culmine à l'altitude $h = BC = 2710$ m et le Mont Chauve d'Aspremont à l'altitude $a = NM = 854$ m. La distance BN est de 210 km, cette distance correspondant à la mesure de l'arc de cercle BN indiqué sur la figure.

1°) Depuis le sommet M du Mont Chauve, à quelle distance d sont les points qui comme L sont situés à l'horizon, au niveau de la mer ? Quelle est alors la mesure de l'arc NL ? Comparer cette mesure avec d .

2°) Donner un encadrement de l'altitude des points situés sur les parois du Monte Cinto et visibles depuis le sommet M .

